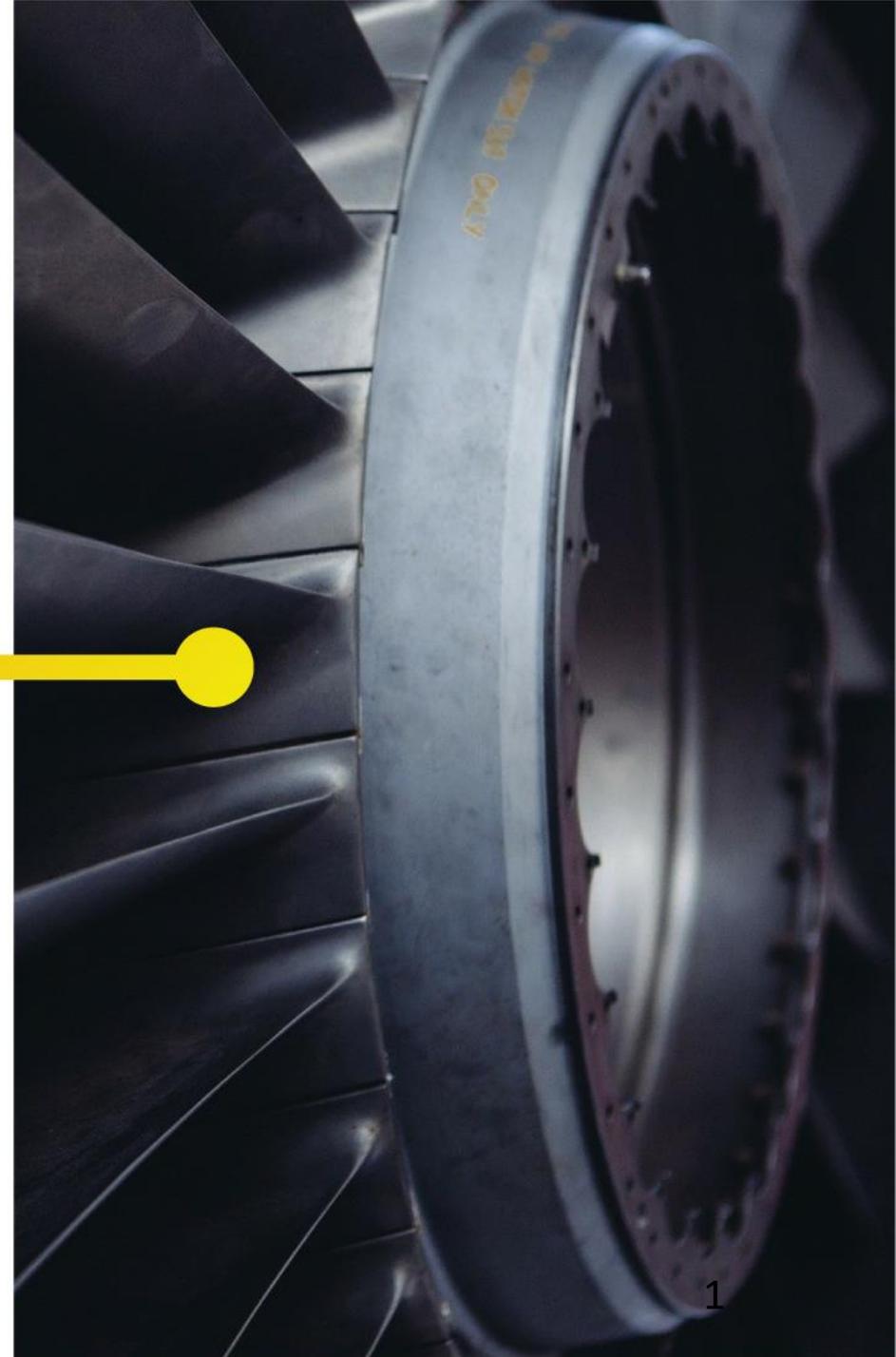


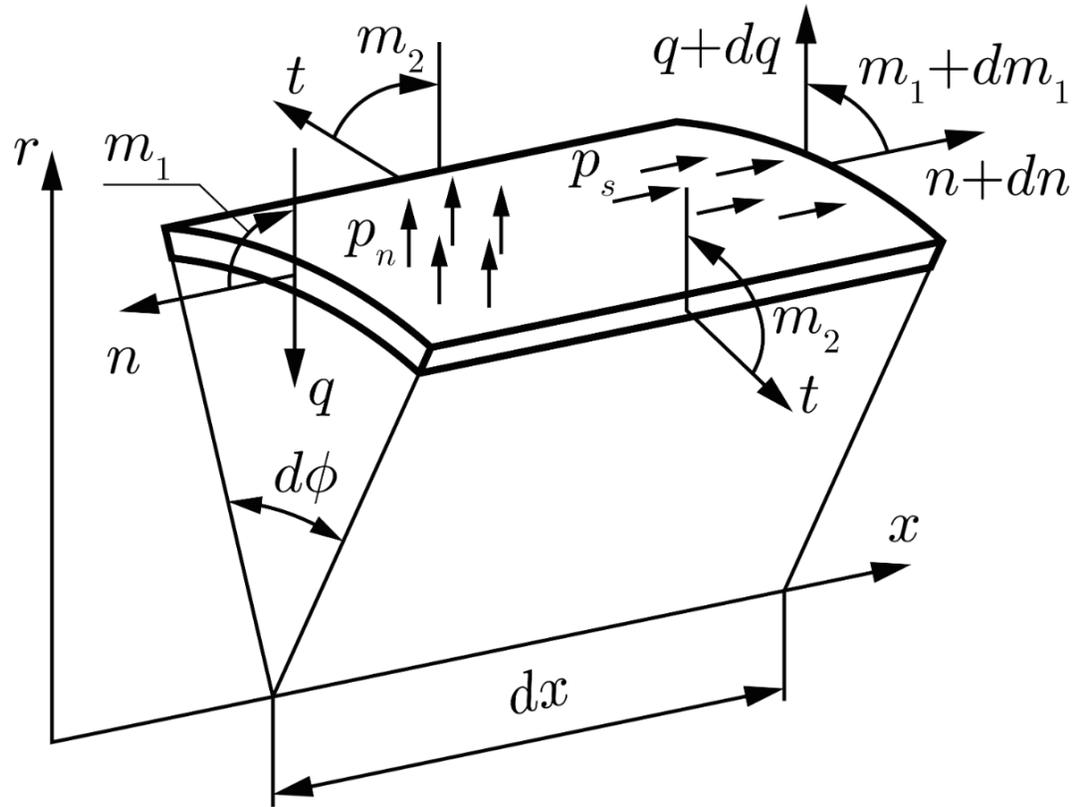
## 6. Teoria efektu brzegowego

---





Powłoka walcowa jest najprostszą strukturą osiowosymetryczną, powszechnie stosowaną w różnego rodzaju urządzeniach. Zasadne jest zatem wyprowadzenie równań teorii zgięciowej opisujących ten przypadek. Teoria ta, zwana efektem brzegowym, uzupełnia przedstawioną poprzednio teorię błonową, nieskuteczną w miejscach nagłej zmiany geometrii południka bądź grubości płaszcza albo w okolicy równoleżnika na którym wprowadzono jakikolwiek wydatek liniowy obciążenia. Dopiero takie podejście zapewnia ciągłość deformacji. Ten fizyczny postulat wymaga jednak analizy przemieszczeń i odkształceń, bowiem z matematycznego punktu widzenia liczba niewiadomych sił wewnętrznych jest większa od liczby równań równowagi. W teorii błonowej dwie składowe naprężenia i dwa równania równowagi wystarczały do opisu powłoki. Przedstawiony rysunek I wycinka powłoki z naniesionymi wszystkimi siłami wewnętrznymi posłuży do wyprowadzenia równań równowagi.



Siły wewnętrzne pokazane na rys. I to :

- wydatek siły południkowej  $n$ , który doznaje przyrostu  $dn$  na długości  $dx$ , wydatek siły równoleżnikowej (obwodowej)  $t$ , stały na równoleżniku,
- wydatek momentu południkowego  $m_1$ , który doznaje przyrostu  $dm_1$  na długości  $dx$ ,
- wydatek momentu równoleżnikowego  $m_2$ , stały na równoleżniku,
- wydatek siły poprzecznej  $q$ , który doznaje przyrostu  $dq$  na długości  $dx$ .

Rys. I. Statyka wycinka powłoki walcowej z uwzględnieniem stanu zgięciowego.



Wraz z powierzchniowymi obciążeniami zewnętrznymi wchodzi one do trzech równań równowagi: sił na kierunek osi walca  $x$ , sił na kierunek normalny do powłoki oraz momentów względem stycznej do równoleżnika. Równania te po niezbędnych przekształceniach mają postać:

$$\frac{dn}{dx} + p_s = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dq}{dx} - \frac{t}{R} + p_n = 0 \quad (2)$$

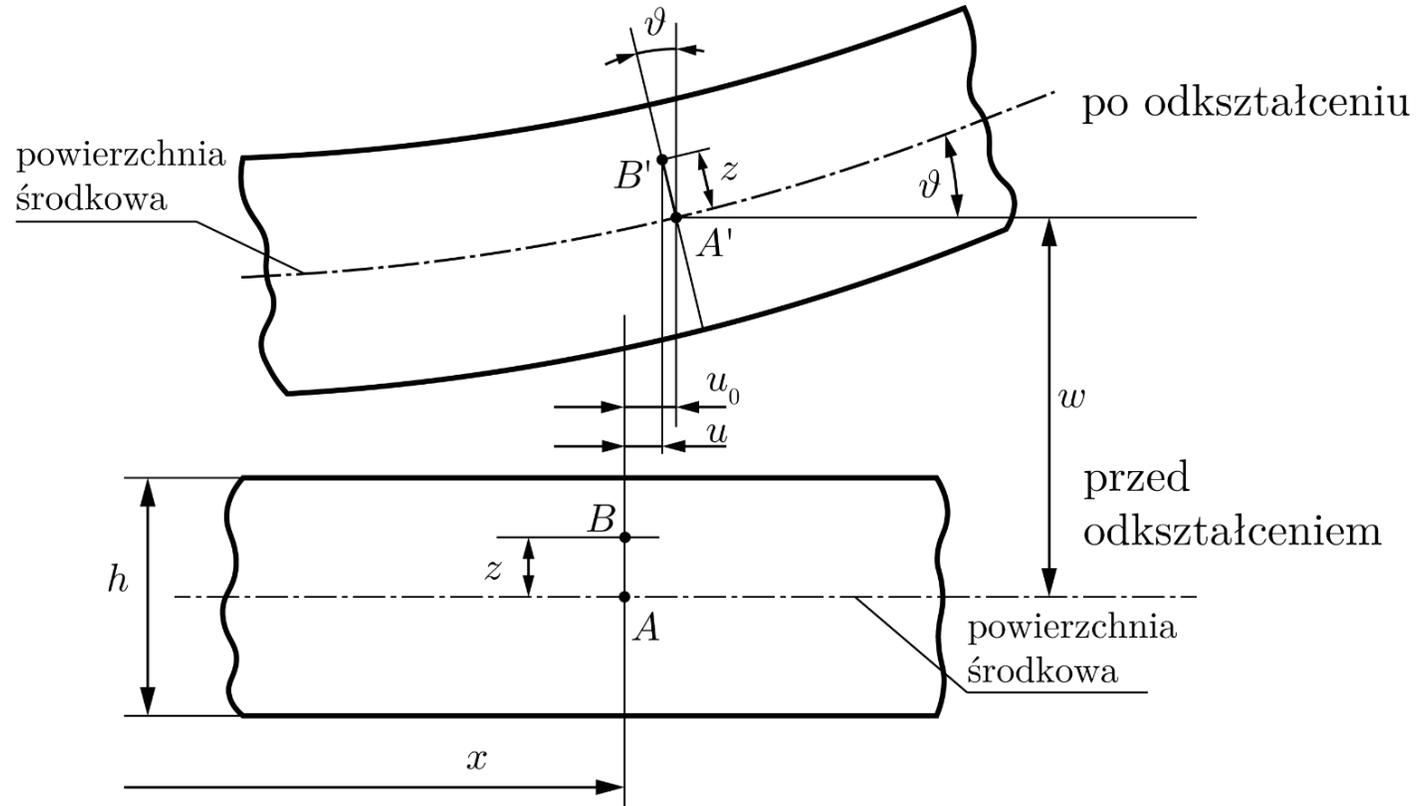
$$\frac{dm_1}{dx} + q = 0 \quad (3)$$

W powyższych trzech równaniach występują cztery spośród pięciu niewiadomych wydatków sił wewnętrznych. Piąta  $m_2$  jest związana z  $m_1$ . Dalsze postępowanie polegać będzie na uzależnieniu ich od jednej funkcji przemieszczenia promieniowego  $w(x)$  za pomocą definicji wydatków, prawa Hooke'a oraz związków kinematycznych.

# Zgięciowa teoria powłok walcowych



Do wprowadzenia związków kinematycznych pomocny będzie rysunek 2.



Rys. 2. Deformacja powłoki z uwzględnieniem stanu zgięciowego.



Punkt A leżący na powierzchni środkowej powłoki przemieści się w położenie A'. Przemieszczenie to ma dwie składowe – promieniową  $w$  i południkową  $u_0$ . Zgodnie z hipotezą Kirchhoffa proste normalne do nieodkształconej powierzchni środkowej pozostają proste i normalne do powierzchni odkształconej. Pomija się tu wszelkie oddziaływania w kierunku promieniowym na grubości  $h$  płaszcza. Przy tych założeniach składowa południkowa przemieszczenia punktu B leżącego poza powierzchnią środkową wyraża się wzorem (4).

$$u(z) = u_B = u_0 - \vartheta \cdot z \quad (4)$$

Składowa promieniowa w punktu B jest taka sama jak dla punktu powierzchni środkowej. Symbol  $\vartheta$  we wzorze (4) oznacza nachylenie powierzchni w kierunku południka:

$$\vartheta = \frac{dw}{dx} \quad (5)$$

Przy założeniu małych ugięć wielkość  $\vartheta$  uważa się za kąt nachylenia czyli obrót normalnej do powierzchni środkowej.



Związki kinematyczne dla odkształceń w układzie walcowym z osiową symetrią wyrażają się w ogólnym zapisie następująco:

$$\varepsilon_1 = \frac{du}{dx} \quad , \quad \varepsilon_2 = \frac{w}{R} \quad (6)$$

Wstawiając wzory (4) i (5) otrzymuje się dla nich bardziej szczegółową postać:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 - \frac{d^2w}{dx^2} \cdot z \quad , \quad \text{gdzie} \quad \varepsilon_0 = \frac{du_0}{dx} \quad \text{oraz} \quad \varepsilon_2 = \frac{w}{R} \quad (7)$$



Podstawiając wzory (7) do prawa Hooke'a dla płaskiego stanu naprężenia w postaci ogólnej:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2), \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1) \quad (8)$$

dostaje się poniższe wyrażenia:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left( \varepsilon_0 - \frac{d^2 w}{dx^2} \cdot z + \nu \frac{w}{R} \right), \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left( \frac{w}{R} + \nu \varepsilon_0 - \nu \frac{d^2 w}{dx^2} \cdot z \right) \quad (9)$$

## Zgięciowa teoria powłok walcowych



Kolejny krok to podstawienie składowych naprężeń do wzorów definiujących wydatki sił i momentów wewnętrznych. Postać ogólna tych wzorów jest następująca:

$$n = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 dz, \quad t = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 dz, \quad m_1 = - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 z dz, \quad m_2 = - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 z dz \quad (10)$$

Podstawiając (9) do (10) i wykonując całkowania otrzymuje się:

$$n = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \varepsilon_0 + \nu \frac{w}{R} \right) \quad (11a)$$

$$t = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{w}{R} + \nu \varepsilon_0 \right) \quad (11b)$$

$$m_1 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (11c)$$

$$m_2 = \nu \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (11d)$$

## Zgięciowa teoria powłok walcowych



Wygodnie jest wyeliminować  $\varepsilon_0$  z wyrażeń (I Ia) i (I Ib). Wtedy pozostaje jeden związek między wydatkami siły południkowej  $n$  i równoleżnikowej  $t$ :

$$t = \frac{Eh}{R} w + \nu n \quad (12)$$

Z kolei wyrażenia (I Ic) i (I Id) można zapisać w skrócie jako:

$$m_1 = D \cdot \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad m_2 = \nu D \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (13)$$

gdzie  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  nazywa się sztywnością powłoki na zginanie.



Teraz korzystając z (3) i (13) można zapisać wzór:

$$q = -\frac{dm_1}{dx} = -D \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} \quad (14)$$

Wstawiając na koniec (12) i (14) do równania równowagi (2) otrzymuje się po przekształceniach jego ostateczną postać jako równanie różniczkowe zwyczajne 4 rzędu z niewiadomą funkcją ugięcia  $w$  :

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4k^4 w = \frac{p_n}{D} - \frac{\nu}{RD} \cdot n \quad (15)$$

W równaniu (15) współczynnik

$$k = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{h^2 R^2}} \quad (16)$$

a wydatek siły

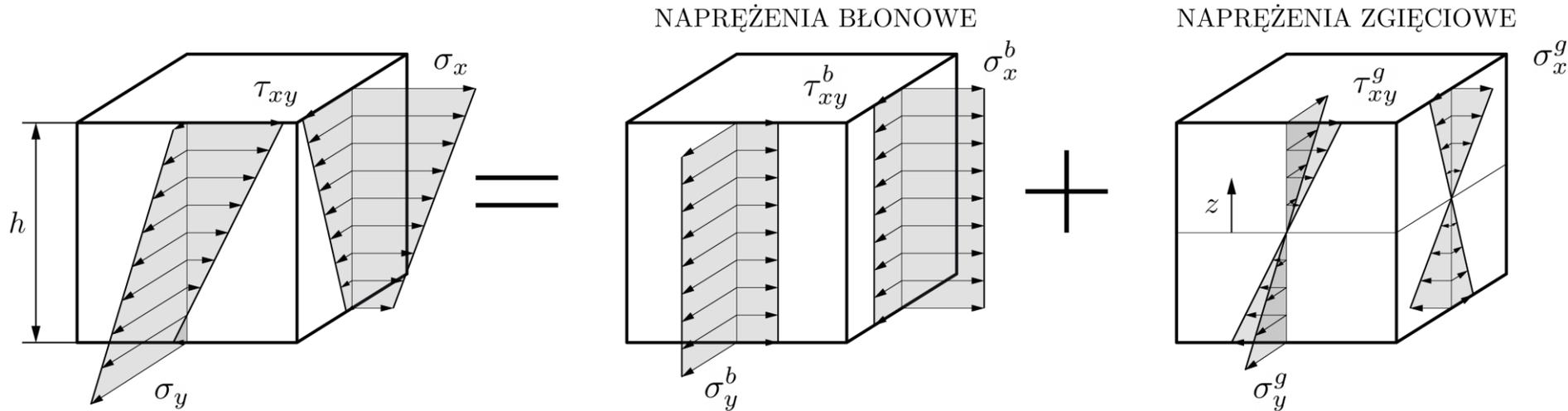
$$n = \int p_s dx + C \quad (17)$$

gdzie stałą  $C$  liczy się z warunków brzegowych (sposobu podparcia powłoki walcowej).

# Zgięciowa teoria powłok walcowych



Rozwiązując równanie (15) znajduje się funkcję ugięcia  $w(x)$ , która podstawiona do wzorów (12), (13) i (14) daje wyrażenia dla wydatków  $t$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  oraz  $q$ . Wydatek  $n$  znany jest wcześniej (17). Ostatni krok zadania polega na wyznaczeniu dwóch składowych naprężeń  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ . Z ogólnej teorii wiadomo, że naprężenia w powłoce mają liniowy rozkład wzdłuż grubości płaszcza, jak pokazuje to rys. 3.



Rys. 3. Rozkład naprężeń wzdłuż grubości powłoki (pokazano rozdzielanie na część błonową i zgięciową).

Uwaga. Na rys. 3 pokazano dowolny płaski stan naprężenia. W omawianym przypadku  $\sigma_x = \sigma_1$ ,  $\sigma_y = \sigma_2$  a  $\tau_{xy} = 0$ .

## Zgięciowa teoria powłok walcowych



Teraz jednak zamiast posługiwać się wzorami (9), co wymagałoby szeregu przekształceń, wygodniej jest skorzystać z zależności znanych w teorii powłok a przytoczonych poniżej:

$$\sigma_1 = \frac{n}{h} - \frac{12m_1}{h^3} z \quad (18)$$

$$\sigma_2 = \frac{t}{h} - \frac{12m_2}{h^3} z \quad (19)$$

Ekstremalne wartości naprężeń występują na powierzchniach zewnętrznych dla  $z = \pm h/2$  i tam poszukuje się miejsc występowania maksymalnych naprężeń zredukowanych.

W teorii liniowych równań różniczkowych zwyczajnych znana jest postać rozwiązania równania (15).

$$w(x) = C_1 e^{-kx} \sin kx + C_2 e^{-kx} \cos kx + C_3 e^{-k(l-x)} \sin k(l-x) + C_4 e^{-k(l-x)} \cos k(l-x) + w_{sz}(x) \quad (20)$$

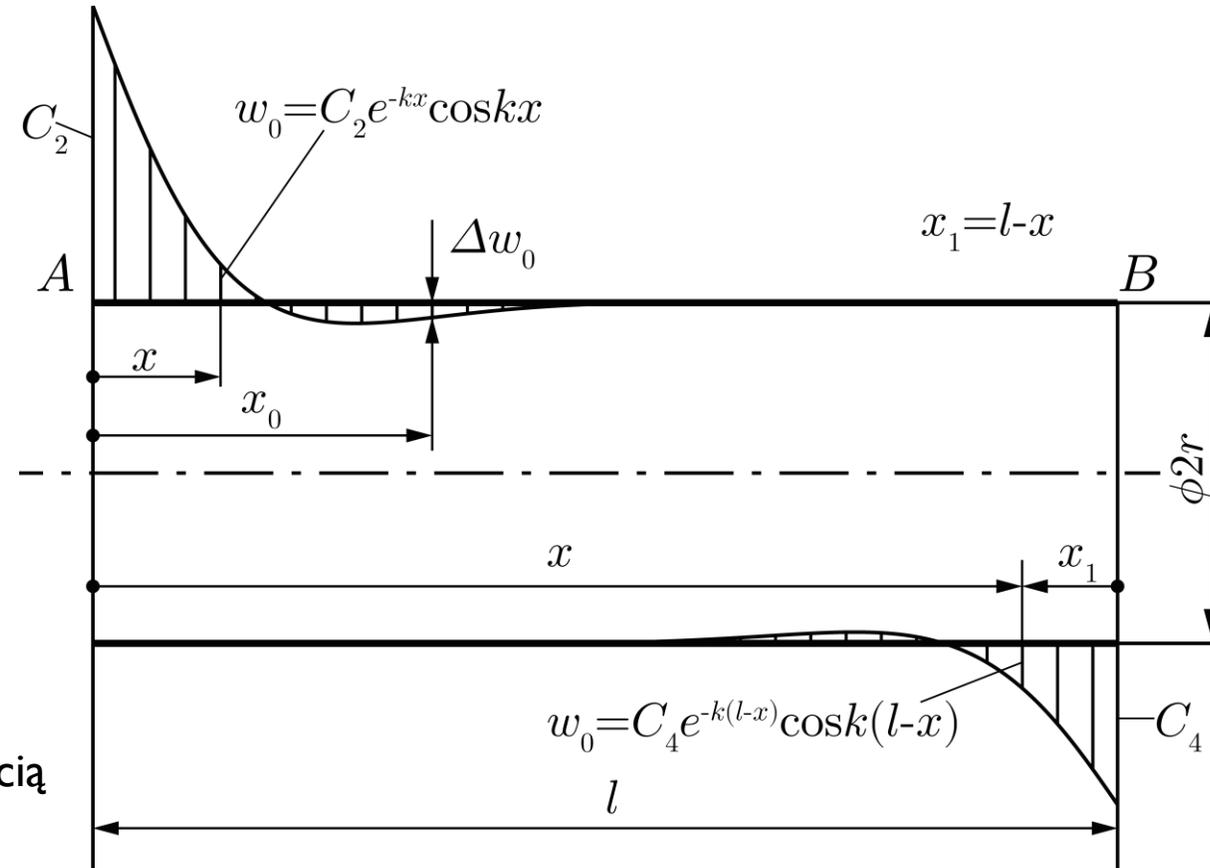


Pierwsze cztery wyrazy stanowią rozwiązanie ogólne równania uproszczonego  $w_0$ , a ostatni wyraz czyli rozwiązanie szczególne równania pełnego zależy od prawej strony równania. W praktyce rozwiązanie szczególne zapisuje się w postaci matematycznej takiej jak prawa strona i podstawiając do równania wyznacza  $w_{sz}$ . Z kolei cztery stałe całkowania  $C_i$  należące do części ogólnej wyznacza się z warunków brzegowych nakładanych na funkcję  $w$  lub jej pochodne do trzeciego rzędu włącznie. Parametr liniowy  $l$  może być obrany dowolnie, najczęściej jest to długość powłoki walcowej. Łatwo zauważyć, że rozwiązanie ogólne przedstawia efekt zginania płaszcza powłoki. Funkcje trygonometryczne i wykładnicze określają charakter zmienności ugięcia wokół miejsca zaburzenia stanu błonowego z wyraźnym efektem wygaszania. Dalsza analiza rozwiązania dowodzi, że dwa pierwsze wyrazy opisują zaburzenie w okolicy brzegu  $x = 0$ , a dwa kolejne w okolicy brzegu  $x = l$ . Dla niezbyt krótkiej powłoki efekty zaburzenia na przeciwległych brzegach nie interferują ze sobą. Łatwo tego dowieść obliczając odległość  $x_0$  od brzegu, gdzie amplituda  $w_0$  maleje na przykład stukrotnie. Dla uproszczenia można założyć, że jedyna niezerowa stała to  $C_2$ . Wtedy  $w_0(x_0) = 0.01 \cdot w_0(0)$ , co jest równoznaczne warunkowi  $e^{-kx_0} = 0.01$ . Przyjmując  $\nu = 0.3$  otrzymuje się wartość  $x_0 = -(\ln 0.01)/k = 3.5\sqrt{Rh}$ . Dla powłok cienkich wymiar ten jest co najmniej o rząd wielkości mniejszy od promienia, zatem dowiedziono, że w takim przypadku stałe  $C_1$  i  $C_2$  określa się z warunków na brzegu  $x = 0$ , a stałe  $C_3$  i  $C_4$  z warunków na brzegu  $x = l$ .

# Zgięciowa teoria powłok walcowych



Gasnący charakter zaburzenia efektem brzegowym dla przypadku  $C_1$  i  $C_3$  równych zero na obydwu końcach długiej powłoki pokazano na rysunku 4.



Rys. 4. Typowy przebieg funkcji będącej częścią ogólną rozwiązania.



W przypadku równania różniczkowego rzędu czwartego warunki brzegowe nakłada się na:

ugięcie  $(w)_{x=0} = f_0$  (21a)

kąt ugięcia  $\left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=0} = \vartheta_0$  (21b)

wydatek momentu  
południkowego  $D\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)_{x=0} = m_0$  (21c)

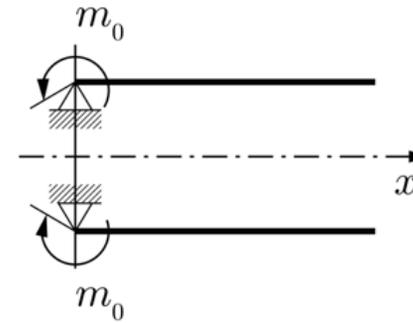
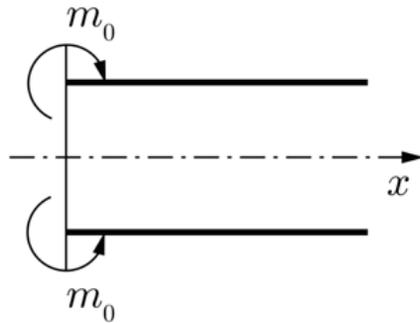
wydatek siły tnącej  $-D\left(\frac{d^3w}{dx^3}\right)_{x=0} = q_0$  (21d)

Podsumowując, na każdym brzegu uwzględnia się po dwa warunki brzegowe w celu wyznaczenia niezależnie od siebie dwóch par stałych:  $C_1$  z  $C_2$  oraz  $C_3$  z  $C_4$ . Różne kombinacje tych warunków pokazano na rysunku 5.

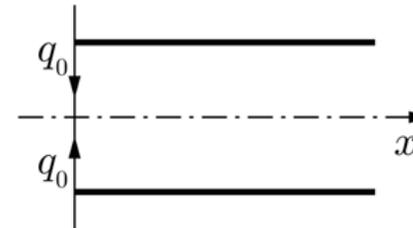
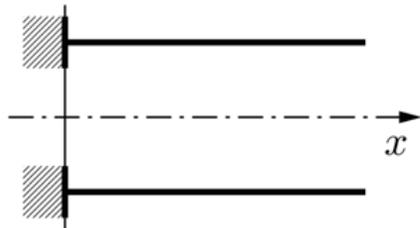
# Zgięciowa teoria powłok walcowych



a)  $D\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)_{x=0} = m_0$      $\left(\frac{d^3w}{dx^3}\right)_{x=0} = 0$       b)  $(w)_{x=0} = 0$      $D\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)_{x=0} = -m_0$



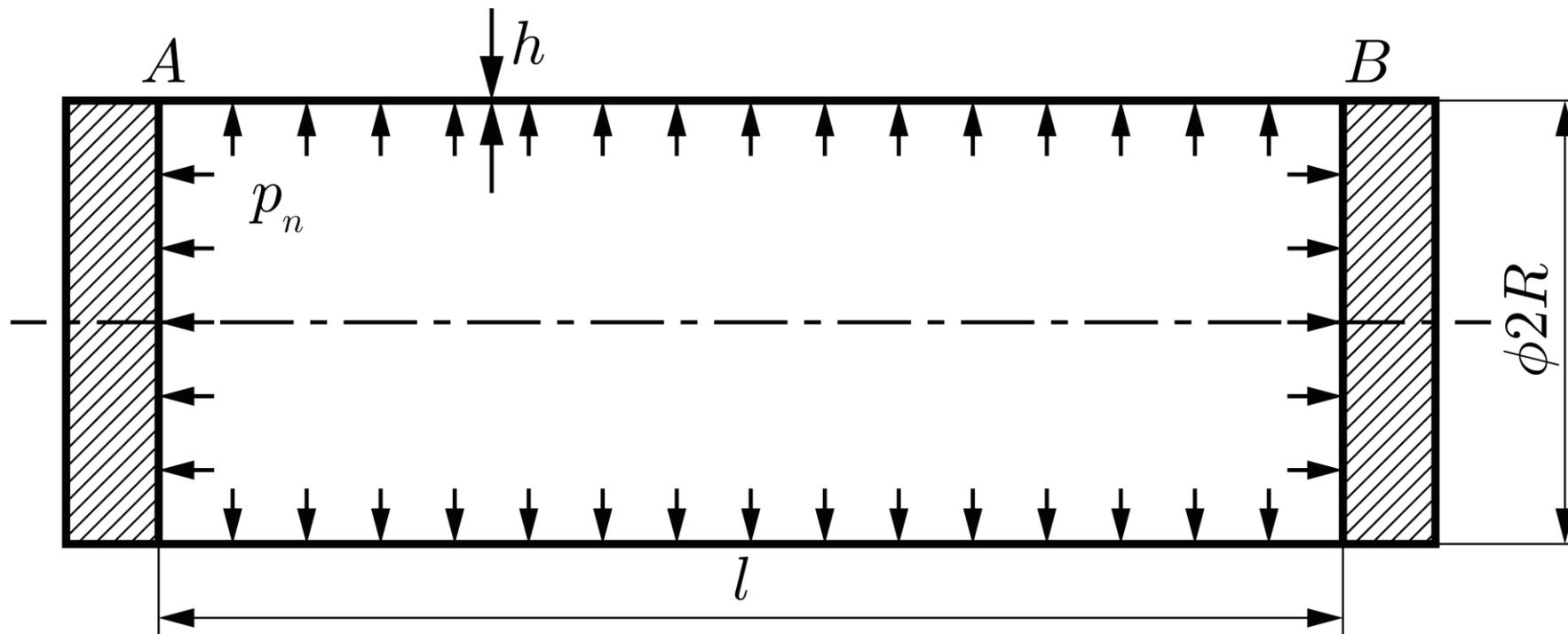
c)  $(w)_{x=0} = 0$      $\left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=0} = 0$       d)  $\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)_{x=0} = 0$      $-D\left(\frac{d^3w}{dx^3}\right)_{x=0} = q_0$



Rys. 5. Warunki odpowiadające różnym przypadkom podparcia i obciążenia brzegu.

## Przykład

**Przykład.** Zamknięty nieodkształcalnymi dnami długi zbiornik poddany jest ciśnieniu  $p$ . Wyznaczyć przebieg naprężeń  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  w zbiorniku.



Rys. Z1. Zbiornik ze sztywnymi dnami.

## Przykład

Na początku oblicza się funkcję wydatku siły południkowej  $n$  (wzór 17). W przykładzie  $p_s = 0$ , zatem wydatek  $n = C$ . Stałą  $C$  znajduje się z równania równowagi sił na kierunku  $x$  dla zbiornika odciętego myślowo od lewego dna.

$$n \cdot 2\pi R - p_n \cdot \pi R^2 = 0 \quad \text{skąd} \quad n = \frac{p_n R}{2}$$

Ze względu na symetrię wystarczy rozpatrzeć lewy koniec powłoki  $x = 0$ . Jeśli dodatkowo długość  $l$  jest dostatecznie długa, rozwiązanie pełne równania (15) redukuje się do trzech wyrazów:

$$w(x) = C_1 e^{-kx} \sin kx + C_2 e^{-kx} \cos kx + w_{sz}(x)$$

Prawa strona równania różniczkowego po podstawieniu  $n$  przyjmuje postać:

$$\frac{p_n}{D} - \frac{\nu}{RD} \cdot n = \frac{p_n(2-\nu)}{2D}$$

## Przykład

Ponieważ prawa strona równania jest stała, część szczególna rozwiązania również jest stała. Podane wzorem (4) wyrażenie spełnia równanie pełne, zatem jest rozwiązaniem szczególnym.

$$W_{sz} = \frac{p_n(2-\nu)}{8k^4D} = \frac{p_nR^2(2-\nu)}{2Eh}$$

Warunki brzegowe na lewym końcu  $x = 0$  :

$$(w)_{x=0} = 0 \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=0} = 0$$

Po podstawieniu odpowiednich wyrażen i przekształceniach stałe całkowania:

$$C_1 = C_2 = -\frac{p_n(2-\nu)}{8k^4D}$$



Pełne rozwiązanie ma ostateczną postać:

$$w(x) = -\frac{p_n(2-\nu)}{8k^4D}e^{-kx}\sin kx - \frac{p_n(2-\nu)}{8k^4D}e^{-kx}\cos kx + \frac{p_n(2-\nu)}{8k^4D}$$

Podstawienie funkcji ugięcia do wyrażen na wszystkie wydatki sił i momentów daje następujące rezultaty:

$$t = -\frac{p_n R(2-\nu)}{2} \cdot e^{-kx}(\sin kx + \cos kx) + p_n R$$

$$m_1 = \frac{p_n(2-\nu)}{4k^2} \cdot e^{-kx}(-\sin kx + \cos kx)$$

$$m_2 = \nu \cdot \frac{p_n(2-\nu)}{4k^2} \cdot e^{-kx}(-\sin kx + \cos kx)$$

$$q = \frac{p_n(2-\nu)}{2k} \cdot e^{-kx} \cdot \cos kx$$



Istotne są wartości wydatków w miejscu połączenia powłoki z dnem ( $x = 0$ ), bowiem tam występują maksymalne naprężenia zredukowane.

$$n(0) = n = \frac{p_n R}{2}$$

$$t(0) = \frac{\nu p_n R}{2}$$

$$m_1(0) = \frac{p_n(2-\nu)}{4k^2} = \frac{p_n R h(2-\nu)}{4\sqrt{3}(1-\nu^2)}$$

$$m_2(0) = \nu \frac{p_n(2-\nu)}{4k^2} = \nu \frac{p_n R h(2-\nu)}{4\sqrt{3}(1-\nu^2)}$$

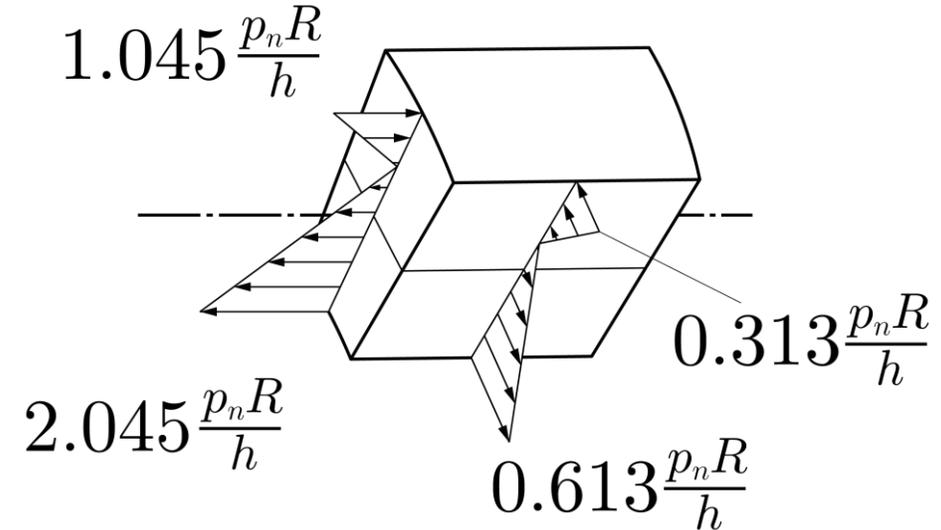


Ostatni punkt obliczeń dotyczy naprężeń na powierzchniach górnej i dolnej płaszcza. Wyniki przedstawiono na rysunku Z2. Obliczenia wykonano z użyciem wzorów (18) i (19) z części teoretycznej.

Najbardziej niebezpiecznym miejscem jest wewnętrzna powierzchnia powłoki, gdzie:

$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} = 1.82 \frac{p_n R}{h}$$

W porównaniu z teorią błonową wynik ten jest 1.82 razy większy.

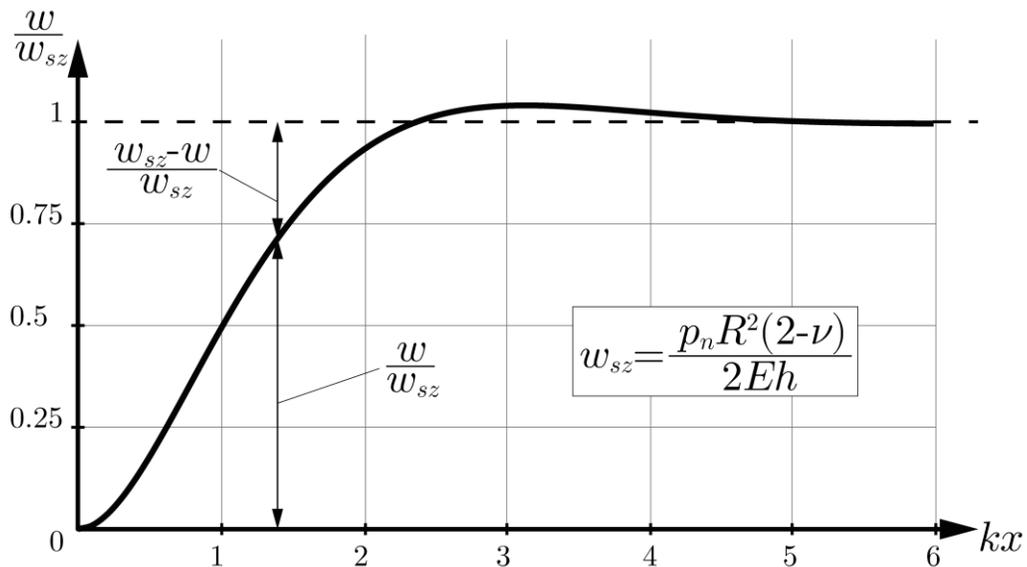


Rys. Z2. Rozkłady naprężeń  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  wzdłuż grubości powłoki.

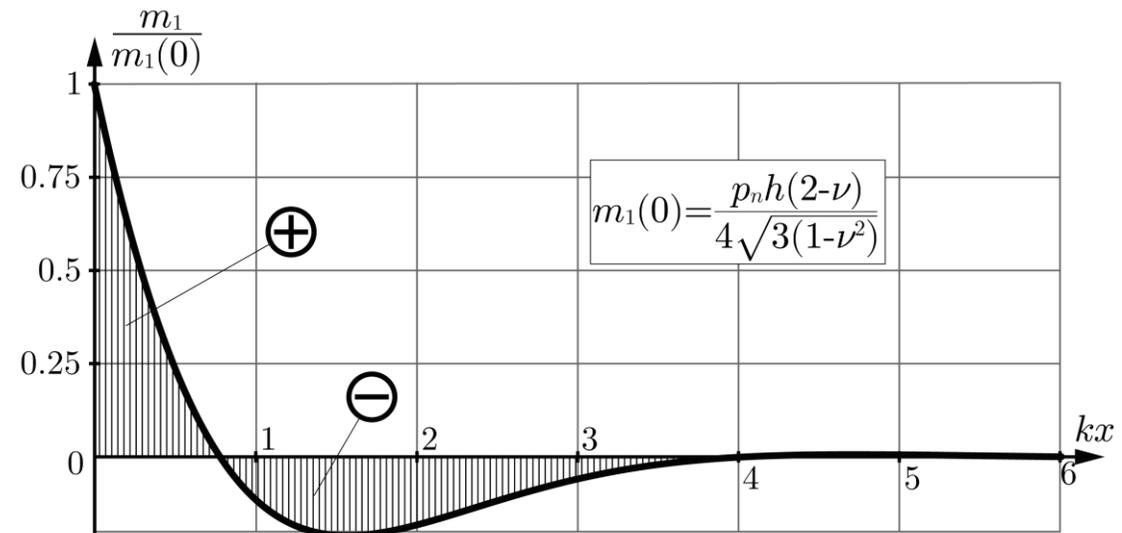
# Przykład



Dla lepszego zilustrowania lokalności efektu brzegowego zamieszczono wykresy ugięcia (rys. Z3) i wydatku momentu południkowego (rys. Z4) w okolicy brzegu powłoki.



Rys. Z3. Rozkład ugięcia w okolicy brzegu powłoki.



Rys. Z4. Rozkład wydatku momentu południkowego w okolicy brzegu powłoki.



Dla kompletności dodano poniżej wartość wydatku  $q$ . Wynikające z niego naprężenia styczne poprzeczne do powierzchni środkowej są małe i wobec tego pomijane.

$$q(0) = \frac{p_n \sqrt{Rh}(2-\nu)}{2\sqrt{3(1-\nu^2)}}$$

Widać, że  $q$  jest większe od zera co zgadza się z obrazem fizycznym.

Rozwiązanie analityczne dla zbiornika z rys. ZI podano w postaci wzorów ogólnych. Dla porównania z wynikami z obliczeń metodą elementów skończonych, do niektórych z powyższych wzorów wstawiono następujące dane liczbowe:

ciśnienie wewnętrzne  $p_n = 1 \text{ MPa}$ , promień powierzchni środkowej powłoki walcowej  $R = 1 \text{ m}$ , grubość powłoki  $h = 10 \text{ mm}$ .



Najbardziej znaczące są wyniki dla naprężeń. Wartości liczbowe naprężeń łatwo uzyskać posługując się ich opisem rys. Z2. Na początku warto obliczyć wspólny czynnik:

$$\frac{p_n \cdot R}{h} = \frac{1MPa \cdot 1000mm}{10mm} = 100MPa$$

Wtedy:

składowa południkowa naprężenia na powierzchni górnej:  $\sigma_1\left(\frac{h}{2}\right) = -1.045 \cdot 100 MPa = -104.5 MPa$

składowa południkowa naprężenia na powierzchni dolnej:  $\sigma_1\left(-\frac{h}{2}\right) = 2.045 \cdot 100 MPa = 204.5 MPa$

składowa obwodowa naprężenia na powierzchni górnej:  $\sigma_2\left(\frac{h}{2}\right) = -0.313 \cdot 100 MPa = -31.3 MPa$

składowa obwodowa naprężenia na powierzchni dolnej:  $\sigma_2\left(-\frac{h}{2}\right) = 0.613 \cdot 100 MPa = 61.3 MPa$

## Przykład

Jak wynika z teorii naprężenia te są superpozycją części błonowej i zgięciowej. Ponieważ w rozwiązaniu metodą elementów skończonych oprócz wyników sumarycznych na powierzchniach zewnętrznych prezentuje się również naprężenia błonowe, poniżej przytoczono ten składnik również dla metody analitycznej. Obydwie składowe błonowe rozumiane jako wartości naprężeń w środku grubości powłoki łatwo obliczyć jako średnie arytmetyczne z obydwu powierzchni zewnętrznych górnej i dolnej. Wobec tego:

$$\sigma_1^b = \frac{1}{2} \left( \sigma_1 \left( \frac{h}{2} \right) + \sigma_1 \left( -\frac{h}{2} \right) \right) = \frac{1}{2} (-104.5 + 204.5) \text{ MPa} = 50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2^b = \frac{1}{2} \left( \sigma_2 \left( \frac{h}{2} \right) + \sigma_2 \left( -\frac{h}{2} \right) \right) = \frac{1}{2} (-31.3 + 61.3) \text{ MPa} = 15 \text{ MPa}$$



## Przykład



Poza naprężeniami warto skonfrontować część szczególną rozwiązania równania różniczkowego  $w_{sz}$  w rozwiązaniu analitycznym, z wartością przemieszczenia promieniowego w dostatecznie dużej odległości od połączenia z nieodkształcalną dennicą w metodzie elementów skończonych. Podstawiając dane liczbowe:

$$w_{sz} = \frac{p_n R^2 (2-\nu)}{2Eh} = \frac{1 \frac{N}{mm^2} \cdot 10^6 mm^2 \cdot (2-0.3)}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 10 mm} = 0.425 mm$$

Aby ułatwić ocenę strefy zaburzenia powyższej wartości efektem brzegowym, pozostaje jeszcze określić skalę osi odciętych na rysunkach 3 i 4. W tym celu należy obliczyć wartość współrzędnej  $x$  z warunku  $kx = l$ , gdzie

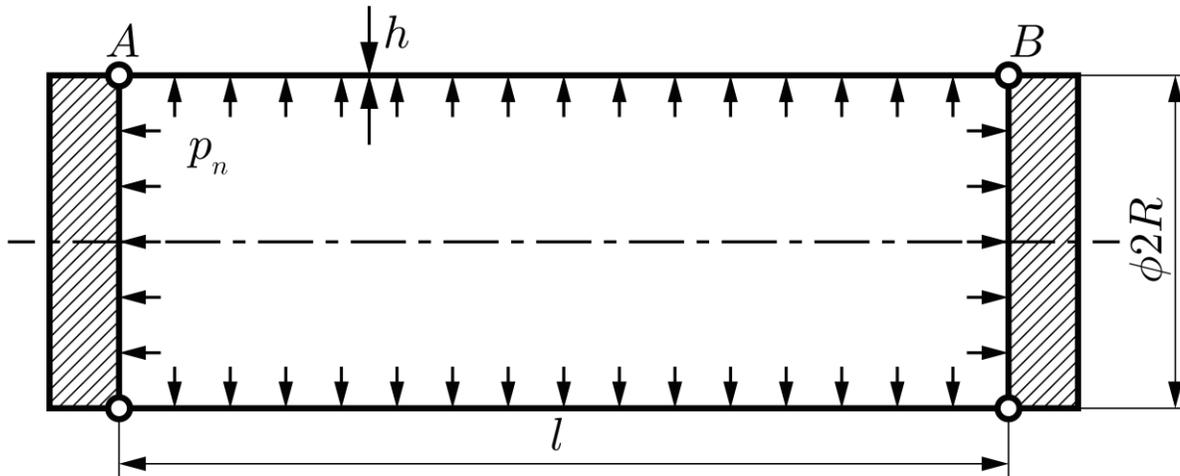
$$k = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{Rh}} = \frac{\sqrt[4]{3(1-0.3^2)}}{\sqrt{1000 mm \cdot 10 mm}} = 1.2854 \cdot 10^{-2} \frac{1}{mm} .$$

Zatem wartości  $kx = l$  odpowiada:

$$x = \frac{l}{k} = \frac{10^2 mm}{1.2854} = 77.8 mm .$$

## Zadanie

Zamknięty nieodkształcalnymi dnami długi zbiornik walcowy poddany jest ciśnieniu  $p_n$ . Połączenie krawędzi końcowych walca z dnami jest przegubowe. Wyznaczyć przebieg naprężeń  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  oraz ugięcia wzdłuż południka zbiornika posługując się metodą analityczną. Do końcowych wzorów ogólnych podstawić następujące dane: ciśnienie wewnętrzne  $p_n = 1 \text{ MPa}$ , promień powierzchni środkowej powłoki walcowej  $R = 1 \text{ m}$ , grubość powłoki  $h = 10 \text{ mm}$ , moduł Younga  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ , liczba Poissona  $\nu = 0.3$ .



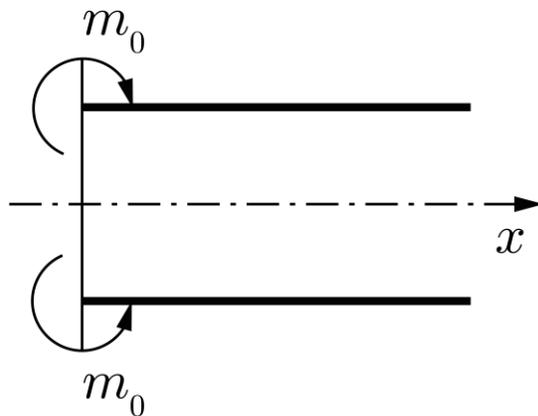
Rys. Z5. Zbiornik walcowy połączony z dnami przegubowo.



## Pytania sprawdzające



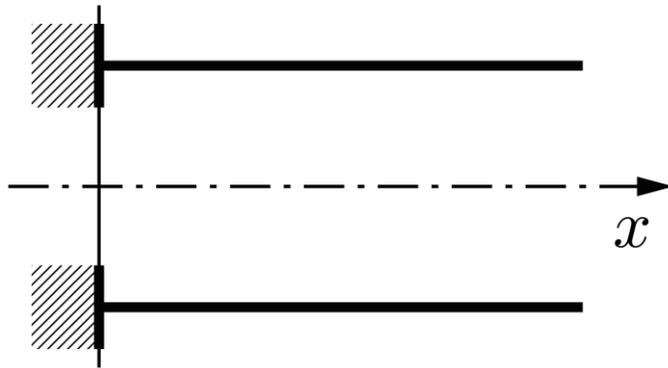
1. Efekt brzegowy:
  - A. rozszerza teorię błonową o efekt zgięciowy.
  - B. dla dostatecznie długich powłok jego wpływ jest znaczący na całej ich długości.
  - C. jest efektem lokalnym obecnym m.in. przy podparciach i nieciągłościach geometrii.
  - D. nie prowadzi do zwiększenia naprężeń w stosunku do teorii błonowej.
2. Które z poniższych stwierdzeń są prawdziwe?:
  - A. Sztywność płytowa nie zależy od stałych materiałowych.
  - B. Maksymalne naprężenia zredukowane występują w płaszczyźnie środkowej powłoki.
  - C. Efekty przeciwległych brzegów nie interferują ze sobą tylko w przypadku powłok krótkich.
  - D. W równaniu na ugięcie powłoki długiej stałe  $C_1$  i  $C_2$  odpowiadają jednemu brzegowi powłoki, natomiast stałe  $C_3$  i  $C_4$  przeciwległemu brzegowi.
3. Wybrać prawidłową odpowiedź dla wartości sił na brzegu powłoki walcowej, wymienionych w punktach A. – D. . W powłoce nie ma ciśnienia.



- A. wydatek siły obwodowej  $t$  jest równy zero.
- B. wydatek momentu południkowego  $m_1$  jest różny od zera
- C. wydatek siły poprzecznej  $q$  jest różny od zera
- D. wydatek momentu obwodowego  $m_2$  jest równy zero



4. Wybrać prawidłową odpowiedź dla wartości ugięcia  $w$  i nachylenia  $\vartheta$  na brzegu powłoki walcowej.



- A. ugięcie  $w$  jest różne od zera
- B. nachylenie  $\vartheta$  jest równe zero
- C. ugięcie  $w$  jest równe zero
- D. nachylenie  $\vartheta$  jest różne od zera



## Pytania sprawdzające - odpowiedzi



- I. Efekt brzegowy:
  - A. **rozszerza teorię błonową o efekt zgięciowy.**
  - B. dla dostatecznie długich powłok jego wpływ jest znaczący na całej ich długości.
  - C. **jest efektem lokalnym obecnym m.in. przy podparciach i nieciągłościach geometrii.**
  - D. nie prowadzi do zwiększenia naprężeń w stosunku do teorii błonowej.
2. Które z poniższych stwierdzeń są prawdziwe?:
  - A. Sztywność płytowa nie zależy od stałych materiałowych.
  - B. Maksymalne naprężenia zredukowane występują w płaszczyźnie środkowej powłoki.
  - C. Efekty przeciwległych brzegów nie interferują ze sobą tylko w przypadku powłok krótkich.
  - D. **W równaniu na ugięcie powłoki długiej stałe  $C_1$  i  $C_2$  odpowiadają jednemu brzegowi powłoki, natomiast stałe  $C_3$  i  $C_4$  przeciwległemu brzegowi.**
3. B
4. B, C